ニガテをつぶして土台を固める！

教材の使い方

講義

冬のコレだけ！講義

どこでニガテになっているかを分析し、ていねいに解説。
まずは講義を読んで自分のニガテを認識し，理解につなげよう。
アイコンに注意して進めるとさらに効果的！

つまずき

よくある「つまずき」をピックアップ。自分がどこでわからなくなっているのかを具体的に確認しよう。

つまずき解消POINT

「つまずき」に対して，理解・定着をはかる講義。ポイントを頭に入れてもやもやを解消しよう。

演習

冬のコレだけ！定着演習

様々な形式の実戦的な問題で理解度を確認しよう。

＼できたらOK！／

理解できているかを最終確認する問題。
ここまでできたらニガテ解消はバッチリ！

数学 CONTENTS

時間がないキミは，
★から優先的に取り組もう。

※★は，特にこの先の学習の土台となる重要テーマにつけているよ。

ユニット 1

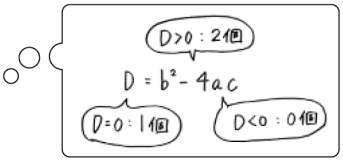
2 次関数

2 次方程式の実数解の個数

先パイが答えた！ テスト・模試でのつまずき度

取り組み時間 30分

今回取り組むのは問題集や定期テストでよく見かける，文字定数 k を含んだ 2 次方程式の実数解の個数を調べる問題。判別式をどのように使って調べていくかが一番のポイント。判別式についてしっかり理解して，使いこなせるようになろう！



冬のコレだけ！講義

応用問題は基本事項の組み合わせ。応用問題につながる基礎から順に復習してつまずきを解消しよう！

＼まずはサクッと／

つながる基礎❶ 2 次方程式を復習！

例題 次の 2 次方程式を解け。

$$3x^2+5x+1=0$$

答えはこのページの下

解説 因数分解で解けない 2 次方程式の場合，解の公式を使って解を求める。

ワーク

$$x=\frac{-\boxed{ア.}\pm\sqrt{\boxed{イ.}^2-4\cdot\boxed{ウ.}\cdot 1}}{2\cdot\boxed{エ.}}$$

$$=\frac{-\boxed{ア.}\pm\sqrt{25-12}}{\boxed{オ.}}$$

$$=\frac{-\boxed{ア.}\pm\sqrt{\boxed{カ.}}}{\boxed{オ.}}\quad\cdots\cdots(答)$$

解の公式

2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解は，

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

＼まずはサクッと／

つながる基礎❷ 2 次方程式の実数解の個数を復習！

例題 次の 2 次方程式の実数解の個数を求めよ。

$$2x^2-7x+5=0$$

答えはこのページの下

解説 判別式 $D=b^2-4ac$ の符号を調べて，実数解の個数を求める。

ワーク 2 次方程式の判別式を D とすると，

$$D=\left(\boxed{キ.}\right)^2-4\cdot\boxed{ク.}\cdot 5$$

$$=49-\boxed{ケ.}$$

$$=\boxed{コ.}$$

D サ. 0 だから，

<, =, > のいずれかを入れよう。

実数解の個数は，シ. 個

2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の判別式は，$D=b^2-4ac$

符号	$D>0$	$D=0$	$D<0$
実数解の個数	2 個	1 個	0 個

基本の復習は OK？ 次はいよいよ応用問題のつまずき解消！ NEXT

答え ア.5 イ.5 ウ.3 エ.3 オ.6 カ.13 キ.−7 ク.2 ケ.40 コ.9 サ.> シ.2

復習した基礎をふまえて，いよいよ応用問題に取り組んでいこう。

＼冬のコレだけ！／

例題　2 次方程式の実数解の個数

k を定数とする。2 次方程式 $x^2+2x+3-k=0$ の実数解の個数を調べよ。

わからないときは ポイント確認動画 「高校講座アプリ」で読み込もう。 AMDC171B01

つまずき 「実数解の個数を調べよ」って，まず何をすればよいの？

つまずき解消 POINT 1 「実数解の個数」と言われたら，まずは判別式を考える！

つまずき 判別式を使うのはわかったけれど，判別式に k が入ってしまっている…どうすればよいのかな？

つまずき解消 POINT 2 判別式 D の符号によって，k の値の範囲を求める！

つまずき 「調べよ」と言われたときの，答え方がよくわからない…。

つまずき解消 POINT 3 k の値の範囲と，2 次方程式の実数解の個数をまとめて答える！

実際に解きながら確認しよう。

つまずき解消 POINT 1 「実数解の個数」と言われたら，まずは判別式を考える！

k を定数とする。2 次方程式 $\boxed{x^2+2x+3-k=0}$ の実数解の個数を調べよ。

この 2 次方程式についての判別式を求めよう。

この問題では

$$\boxed{1}x^2+2x+3-k=0$$

a　b　c

$$D=b^2-4ac$$

2 次方程式の中に文字が含まれていても，数と同じように扱って判別式を求める。

答えは右ページの下

ワーク A　$x^2+2x+3-k=0$ の判別式を求めてみよう。

先パイの声　2 次方程式の実数解の考え方は，一度理解するとどんな問題でも同じ考え方で解けるようになるので，解き方を必ずマスターしてください！！
（学習院大　M.T 先輩）

つまずき解消 POINT 2 判別式 D の符号によって，k の値の範囲を求める！

判別式の符号によって，その 2 次方程式の実数解の個数が決まる。

> 2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ において，判別式を $D=b^2-4ac$ とすると，
> $D>0 \iff$ 異なる 2 つの実数解をもつ
> $D=0 \iff$ ただ 1 つの実数解（重解）をもつ
> $D<0 \iff$ 実数解をもたない

この 2 次方程式についての判別式は，$D=4k-8$ という k を含む式であるので，判別式の符号によって，k の値の範囲が異なる。

ワーク B (i)　$D>0$（実数解は 2 個）のときの k の値の範囲を求めよう。

答えはこのページの下

advice
$D=4k-8>0$
この不等式を解けばよい。

(ii)　$D=0$（重解をもつ）のときの k の値を求めよう。

(iii)　$D<0$（実数解をもたない）のときの k の値の範囲を求めよう。

つまずき解消 POINT 3 k の値の範囲と，2 次方程式の実数解の個数をまとめて答える！

判別式 D の符号によって，k の値の範囲を求めたら，あとは，それぞれの k の値の範囲での実数解の個数をまとめて答えるだけ。

ワーク C **ワーク B** をもとに，空欄に当てはまる記号，数を入れよう。

答えはこのページの下

<, =, > のいずれかを入れよう。

k ○ 2 のとき，実数解は □ 個
k ○ 2 のとき，実数解は □ 個
k ○ 2 のとき，実数解は □ 個
……（答）

答え A $D=4k-8$　B (i) $k>2$　(ii) $k=2$　(iii) $k<2$
C $k>2$ のとき，2 個　$k=2$ のとき，1 個　$k<2$ のとき，0 個（順不同）

詳しい解説は，別冊「解答解説」P数学2 を CHECK ！

つまずきが解消できたかな？　類題を解いて理解を定着させよう！ NEXT

冬のコレだけ！定着演習

類題を解いて講義で学んだことを定着させよう！

＼できたらOK！／

定着問題　2 次方程式の実数解の個数の問題

2 次方程式 $x^2-3x+2k+1=0$ が実数解をもたないとき，定数 k の値の範囲を求めよ。

解答欄

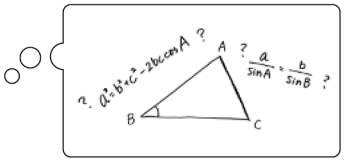
別冊「解答解説」P数学3 で必ず答え合わせしよう。答え合わせができたら復習完了！

完了！

先パイの声　簡単だと思うことほど，しばらくすると忘れてしまいます。ちょくちょく復習するといいと思います。（信州大　R.Y 先輩）

図形と計量
正弦定理・余弦定理の使い分け

今回取り組むのは正弦定理・余弦定理の使い分けの問題。この2つの定理ってどのようなときにどちらを使えばいいのかとても迷うよね。使い分けをマスターして，辺の長さや角の大きさが正しく求められるようにしよう！



冬のコレだけ！講義

応用問題は基本事項の組み合わせ。応用問題につながる基礎から順に復習してつまずきを解消しよう！

＼まずはサクッと／

つながる基礎❶ 正弦定理を復習！

例題 △ABC において，$c=4$，$B=60^\circ$，$C=45^\circ$ のとき，b を求めよ。 答えはこのページの下

解説 わかっている c，B，C と求めたい b を合わせて，2組の向かい合う辺と角の関係になることから，正弦定理を使う。

ワーク 正弦定理より，

$$\frac{b}{\sin\boxed{ア.}}=\frac{\boxed{イ.}}{\sin 45^\circ}$$

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

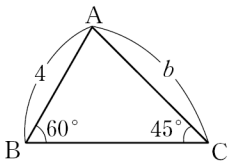
↑ ここを使う

$$b=\frac{4\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ}$$

$$=4\times\boxed{ウ.}\div\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$=2\times\sqrt{3}\times\sqrt{2}$$

$$=\boxed{エ.}$$ ……(答)



＼まずはサクッと／

つながる基礎❷ 余弦定理を復習！

例題 △ABC において，$a=5$，$b=3$，$C=60^\circ$ のとき，c を求めよ。 答えはこのページの下

解説 わかっている a，b，C は2辺とその間の角の関係であることから，余弦定理を使う。

ワーク 余弦定理より，

$$c^2=\boxed{オ.}^2+3^2-2\cdot\boxed{カ.}\cdot 3\cos 60^\circ$$

$$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$$
$$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$$
$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$$

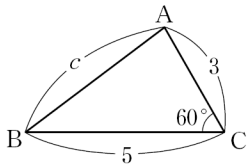
↑ これを使う

$$=25+9-2\cdot\boxed{カ.}\cdot 3\cdot\boxed{キ.}$$

$$=25+9-15$$

$$=\boxed{ク.}$$

$c>0$ より，$c=\boxed{ケ.}$ ……(答)



答え ア. 60°　イ. 4　ウ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　エ. $2\sqrt{6}$　オ. 5　カ. 5　キ. $\frac{1}{2}$　ク. 19　ケ. $\sqrt{19}$

基本の復習はOK？ 次はいよいよ応用問題のつまずき解消！ NEXT

復習した基礎をふまえて，いよいよ応用問題に取り組んでいこう。

＼冬のコレだけ！／

例題　正弦定理と余弦定理の使い分け

△ABC において，$a=1+\sqrt{3}$，$c=\sqrt{2}$，$B=45^\circ$ のとき，b，C を求めよ。

わからないときは　ポイント確認動画　AMDC171C01　「高校講座アプリ」で読み込もう。

つまずき　図がないので問題の状況がわからない…。

つまずき解消 POINT 1　図をかいて求めたい辺や角の位置関係を把握する！

つまずき　どの定理を使って求めるべきかわからない…。

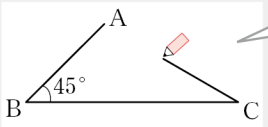
つまずき解消 POINT 2　与えられている情報から何が求められるか考えてみる！

実際に解きながら確認しよう。

つまずき解消 POINT 1　図をかいて求めたい辺や角の位置関係を把握する！

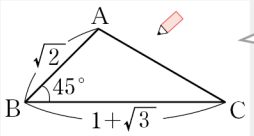
この問題では，$a=1+\sqrt{3}$，$c=\sqrt{2}$，$B=45^\circ$ とわかっている。これをもとに，図をかくことから始めよう。
辺の長さ，角の大きさは正確にかかなくても大丈夫。
辺と角の位置関係をつかむための図だよ。

① △ABC をかいてみる。



角度がわかっている場合は，その角の大きさを意識してかくと正しい図に近づくよ。また，$a=1+\sqrt{3}\fallingdotseq 2.7$，$c=\sqrt{2}\fallingdotseq 1.4$ で a の方が長いということを意識してかこう。

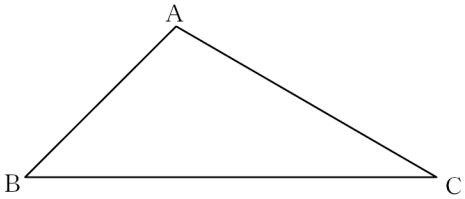
② わかっている辺と角の大きさをかき込む。



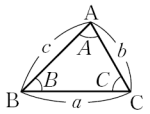
角と辺の対応関係に注意しながら，辺の長さや角の大きさをかき込もう。

ワーク A　下の図の △ABC において，$a=1+\sqrt{3}$，$c=\sqrt{2}$，$B=45^\circ$ をかきこんでみよう。

答えは右ページの下



advice



対角		対辺
A	⟷	a
B	⟷	b
C	⟷	c

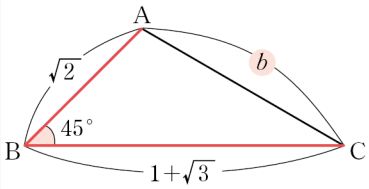
同じ文字の辺と角は向かい合わせ！　位置を間違えないようにしよう。

先パイの声　正弦定理，余弦定理を理解しただけでは意味がありません。私は，問題（図形）からどのように情報（条件）を探し出し，それらをもとにどのように正弦定理，余弦定理を使っていくかの訓練をしていました。（新潟大　A.S 先輩）

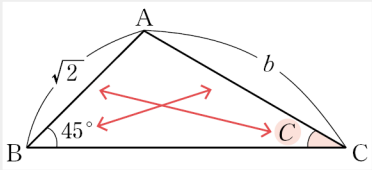
つまずき解消 POINT 2 与えられている情報から何が求められるか考えてみる！

図をかくことができたら，求めるべき辺や角の位置を確認する。

まず，2 辺の長さと，その間の角の大きさがわかっているので，b の長さを余弦定理で求めることができる。



b の長さを求めることができたら，2 組の向かい合う辺と角の関係になるので，正弦定理を使って $\sin C$ の値を求めることができる。



今回の問題は，余弦定理のみを使って b，C を求めることもできるが，C を求めるのには正弦定理を使った方が，簡単な計算で求めることができる。

ワークB 余弦定理を用いて，b の長さを求めてみよう。

答えはこのページの下

余弦定理より，

$$b^2=(\boxed{\text{ア.}})^2+(1+\sqrt{3})^2-2\cdot\sqrt{2}(\boxed{\text{イ.}})\cos 45^\circ$$

$$=2+1+\boxed{\text{ウ.}}+3-2\sqrt{2}(\boxed{\text{イ.}})\cdot\boxed{\text{エ.}}$$

$$=6+2\sqrt{3}-2(1+\sqrt{3})$$

$$=6+2\sqrt{3}-2-2\sqrt{3}$$

$$=\boxed{\text{オ.}}$$

$b>0$ より，$b=\boxed{\text{カ.}}$ ……(答)

advice
b は辺の長さなので，$b>0$ である。

ワークC 正弦定理を用いて，C の大きさを求めてみよう。

正弦定理より，$\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$

$$\frac{\boxed{\text{キ.}}}{\sin 45^\circ}=\frac{\sqrt{2}}{\sin C}$$

分母を払う。

$$2\sin C=\sqrt{2}\sin 45^\circ$$

$$\sin C=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\boxed{\text{ク.}}$$

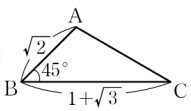
advice
三角形の内角の和は 180° なので，$B+C$ が 180° より小さくなる C を選ぶ。

$0^\circ<C<180^\circ$ の範囲でこれを満たす C は，$C=30^\circ$，150°

ここで，△ABC の内角の和は 180° で，B は 45° だから，C は 135° より小さい。

よって，$C=\boxed{\text{ケ.}}$ ……(答)

答え A



B ア. $\sqrt{2}$　イ. $1+\sqrt{3}$　ウ. $2\sqrt{3}$　エ. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\text{でも可}\right)$　オ. 4　カ. 2

C キ. 2　ク. $\dfrac{1}{2}$　ケ. 30°

詳しい解説は，別冊「解答解説」P数学4 を CHECK ！

つまずきが解消できたかな？ 類題を解いて理解を定着させよう！ NEXT

冬のコレだけ！定着演習

類題を解いて講義で学んだことを定着させよう！

＼できたらOK！／

定着問題　正弦定理と余弦定理の使い分け

$\triangle$ABC において，$b=2$，$c=\sqrt{3}-1$，$A=120^\circ$ のとき，a，B を求めよ。
ただし，図を必ずかいて求めよ。

解答欄

図をかこう！

別冊「解答解説」P数学5 で必ず答え合わせしよう。答え合わせができたら復習完了！

完了！

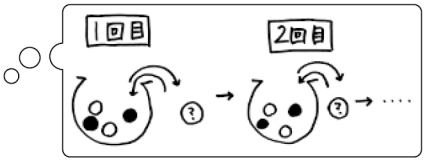
先パイの声　試験の数学の図形の問題では正弦定理や余弦定理は大活躍しました。辺の長さや角度を求めるときにパッと計算することができます。高 1 のときに苦手にしてしまうと，あとで挽回することは時間がかかって大変です。高 1 のときは難しい問題を解く必要はなくて，基本的な問題を何回も繰り返し解いて，解き方を体で覚えることが一番重要です。（早稲田大　J.T 先輩）

場合の数と確率
反復試行の確率

先パイが答えた！ テスト・模試でのつまずき度

取り組み時間 30分

今回取り組むのは，苦手とする人が多い，反復試行の確率の問題だ。確率の問題は，問題の状況を具体的に把握してから式をつくることがポイント。反復試行の確率をスムーズに求められるようになろう。



冬のコレだけ！講義

応用問題は基本事項の組み合わせ。応用問題につながる基礎から順に復習してつまずきを解消しよう！

＼まずはサクッと／

つながる基礎❶ 確率の解き方を復習！

例題 男子4人と女子2人の計6人の中から，くじ引きで2人の当番を選ぶとき，2人とも男子が選ばれる確率を求めよ。

答えはこのページの下

解説 事象 A の起こる確率は，$P(A)=\dfrac{n(A)}{n(U)}=\dfrac{\text{事象 } A \text{ の起こる場合の数}}{\text{起こりうるすべての場合の数}}$

ワーク 起こりうるすべての場合の数は，6人から2人を選ぶ組合せの数だけあるから，

$${}_6\mathrm{C}_{\boxed{ア.}}=\frac{6\cdot5}{2\cdot1}=15\text{（通り）}$$ このどの場合も同様に確からしい。

このうち，2人とも男子であるのは，
男子4人から2人選ぶ組合せの数だけあるから，

$$\boxed{イ.}\,\mathrm{C}_2=\frac{4\cdot3}{2\cdot1}=6\text{（通り）}$$

求める確率は，$\dfrac{\boxed{ウ.}}{15}=\boxed{エ.}$ ……（答）

異なる n 個のものから r 個取った組合せの総数は，
${}_n\mathrm{C}_r=\dfrac{n\text{ から始まる }r\text{ 個の積}}{r!\ (r\text{ から }1\text{ までの積})}$

＼まずはサクッと／

つながる基礎❷ 独立試行の確率を復習！

例題 当たりくじを2本含む5本のくじから，1本を引き，引いたくじをもとに戻して，もう一度くじを1本引く。このとき，1回目は当たり，2回目ははずれを引く確率を求めよ。

答えはこのページの下

解説 「引いたくじはもとに戻す」ので，1回目と2回目の試行は互いに影響しない。
そこで，独立試行の確率を利用しよう。

このような試行を独立試行という。

ワーク 1回目で当たりを引く確率は，$\boxed{オ.}$

2回目ではずれを引く確率は，$\boxed{カ.}$

1回目と2回目の試行は独立であるので，求める確率は，

$$\boxed{オ.}\times\boxed{カ.}=\boxed{キ.}$$ ……（答）

独立試行の確率は，掛け合わせて求める

独立試行の確率
2つの互いに影響し合わない独立試行の確率は，その2つの確率どうしを掛け合わせればよい。

基本の復習はOK？ 次はいよいよ応用問題のつまずき解消！ NEXT

答え ア.2　イ.4　ウ.6　エ.$\frac{2}{5}$　オ.$\frac{2}{5}$　カ.$\frac{3}{5}$　キ.$\frac{6}{25}$

復習した基礎をふまえて，いよいよ応用問題に取り組んでいこう。

＼冬のコレだけ！／

例題　反復試行の確率の問題

赤玉 1 個，白玉 2 個が入った袋がある。この袋から玉を 1 個取り出してもとに戻すという試行を 4 回行うとき，赤玉が 1 回以上出て，白玉が 2 回以上出る確率を求めよ。

わからないときは　ポイント確認動画　AMDC171E02　「高校講座アプリ」で読み込もう。

つまずき　この問題はどんな確率の問題なのかな？

つまずき解消 POINT 1　具体的に図や表にして，どんな確率なのか考える！

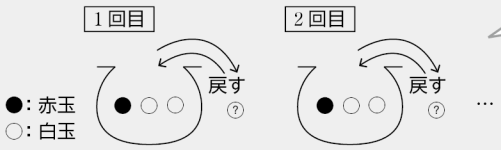
つまずき　確率を求めるための式が立てられない…。

つまずき解消 POINT 2　問題の状況をもとに，式を順番に立てていく！

実際に解きながら確認しよう。

つまずき解消 POINT 1　具体的に図や表にして，どんな確率なのか考える！

今回の問題を具体的に考えてみると，



1 回目～ 4 回目まで，玉を取り出して戻すことを繰り返しているので，同じ条件のもとで，同じ試行を繰り返している「反復試行」であることがわかる。

↓

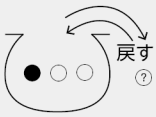
「反復試行」とわかったら，1 回目の試行の確率 を求めておこう。

例えば 1 回目に赤玉が出る確率は，$\frac{1}{3}$

ワーク A　1 回目に白玉が出る確率を求めよう。

答えは右ページの下

今回の問題では，「赤玉が 1 回以上出て，白玉が 2 回以上出る確率」を求める。
具体的に表にして，考えてみよう。



ワーク B　①問題のような試行を 4 回行うときに赤玉，白玉が出る回数について，下の表を完成させよう。

②「赤玉が 1 回以上出て，白玉が 2 回以上出る」という事象のすべてに○をつけよう。

答えは右ページの下

赤玉(回)	白玉(回)	○×
0	例　4	×
1		
2		
3		
4		

○がついた事象の確率だけ求めればよい！

先パイの声　場合の数と確率は，「どういった現象がおこっているのか」を最初は書き出して考えてみてもいいと思います。解いている途中で自分が何をやっているのかわからなくなった経験も多かったです。（東京大　M.K 先輩）

つまずき解消 POINT 2 問題の状況をもとに，式を順番に立てていく！

この問題で求める確率の事象は，

(i)　赤玉が 1 回，白玉が 3 回出る　　(ii)　赤玉が 2 回，白玉が 2 回出る

という 2 つの事象であることがわかった。

(i)の場合について，赤玉が出ることを○，白玉が出ることを△と表すと，

	1 回目	2 回目	3 回目	4 回目		確率
4 個の場所から○ 1 個の場所を選ぶ方法は，${}_4C_1$ 通り	○	△	△	△	→	$\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^3$
	△	○	△	△	→	$\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^3$
	△	△	○	△	→	$\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^3$
	△	△	△	○	→	$\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^3$

確率はすべて同じ

赤玉が 1 回，白玉が 3 回出る確率は，

$$\underbrace{\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^3+\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^3+\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^3+\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^3}_{{}_4C_1\text{ 通り}}={}_4C_1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^3=4\times\frac{1}{3}\times\frac{8}{27}=\frac{32}{81}$$

反復試行の公式の仕組みを理解しておくと，このように求めることができる。

[反復試行の確率]

1 回の試行で，事象 A の起こる確率を p，A の余事象の起こる確率を q（$=1-p$）とする。この試行を n 回行うとき，事象 A がちょうど r 回起こる確率は，${}_nC_r p^r q^{n-r}$

ワークC　(ii)　赤玉が 2 回，白玉が 2 回出る確率の式を求めてみよう。

答えはこのページの下

$$\boxed{ア.}\,C\,\boxed{イ.}\left(\frac{1}{3}\right)^{\boxed{ウ.}}\left(\frac{2}{3}\right)^{\boxed{エ.}}$$

赤玉が出る確率　白玉が出る確率

ワークD　ワークCで求めた式を計算して，(ii)の確率を求めよう。

ワークE　(i)と(ii)で求めた確率を用いて，
赤玉が 1 回以上出て，白玉が 2 回以上出る確率を求めてみよう。

advice
(i)と(ii)は同時に起こらない互いに排反事象なので，それぞれの確率を足し合わせればよいね。

答え　A $\frac{2}{3}$　　C ア. 4　イ. 2　ウ. 2　エ. 2

B

赤玉(回)	白玉(回)	○×
0	4	×
1	3	○
2	2	○
3	1	×
4	0	×

D $\frac{8}{27}$　　E $\frac{56}{81}$

つまずきが解消できたかな？　類題を解いて理解を定着させよう！　NEXT

詳しい解説は，別冊「解答解説」P数学6 を CHECK ！

冬のコレだけ！定着演習

類題を解いて講義で学んだことを定着させよう！

＼できたらOK！／

定着問題　反復試行の確率

○か×かで答えるクイズが 6 問ある。
このクイズにでたらめに答えるとき，4 問以上正解する確率を求めよ。

解答欄

別冊「解答解説」P数学7 で必ず答え合わせしよう。答え合わせができたら復習完了！

完了！

先パイの声　私はなんとなくの理解で終わってしまったので，3 年生になってもう一度，一からやり直しのように解きまくるはめになりました。1 年のうちから本質を理解するように心がけるといいと思います。（和歌山大　A.S 先輩）

2 次方程式の実数解の個数　解答解説

＼冬のコレだけ！／

例題

解答

与えられた 2 次方程式の判別式を D とする。

$$D=2^2-4\cdot1\cdot(3-k)$$
$$=4-12+4k$$
$$=4k-8$$

(i)　$D>0$ のとき，

$$4k-8>0$$
$$k>2$$

このとき，この 2 次方程式の実数解の個数は 2 個。

(ii)　$D=0$ のとき，

$$4k-8=0$$
$$k=2$$

このとき，この 2 次方程式の実数解の個数は 1 個。

(iii)　$D<0$ のとき，

$$4k-8<0$$
$$k<2$$

このとき，この 2 次方程式の実数解の個数は 0 個。

(i)，(ii)，(iii)より，

$$\left.\begin{array}{l} k>2 \text{ のとき，実数解 2 個} \\ k=2 \text{ のとき，実数解 1 個} \\ k<2 \text{ のとき，実数解 0 個} \end{array}\right\} \cdots\cdots(\text{答})$$

ワーク A 解説

判別式 D を求める

文字定数 k が含まれていても，数と同様に扱って判別式を求める。2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の判別式 D は，b^2-4ac だ。

ワーク B 解説

判別式より k の値の範囲を求める

2 次方程式の実数解の個数は，判別式 D の符号によって決まり，k の値の範囲を求めることができる。

ワーク C 解説

答えをまとめる

最後に，(i)～(iii)で調べた k の値の範囲とそのときの実数解の個数をまとめて答える。

つまずき解消 POINT を振り返ろう！

1 「実数解の個数」と言われたら，まずは判別式を考える！

2 判別式 D の符号によって，k の値の範囲を求める！

3 k の値の範囲と，2 次方程式の実数解の個数をまとめて答える！

\できたらOK!/

定着問題

解答 ☑ ●●OK? がクリアできたか，チェックをつけながら答え合わせしよう。

与えられた 2 次方程式の判別式を D とする。

$$D=(-3)^2-4\cdot1\cdot(2k+1)$$
$$=9-8k-4$$
$$=5-8k$$ ☑ 判別式OK?

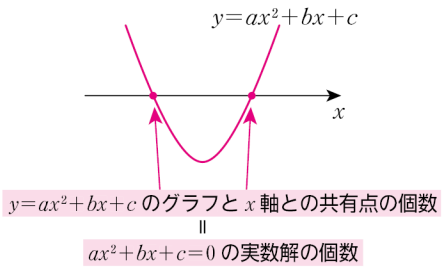
与えられた 2 次方程式が実数解をもたないのは，$D<0$ のときであるから，

$$5-8k<0$$
$$-8k<-5$$
$$k>\frac{5}{8}$$ ……(答) ☑ k の値の範囲OK?

判別式 D を求める
文字定数 k が含まれていても，数と同様に扱って判別式を求める。2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の判別式 D は，b^2-4ac だ。

テスト模試につながる 問題を解くためのコツ

2 次方程式の判別式は，今回のような問題だけでなく「2 次関数のグラフと x 軸の共有点の個数」を考えるときにも利用できる。2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフが x 軸と共有点をもつとき，その x 座標が，2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の実数解となるからだ。このように，「方程式の実数解」と「グラフと x 軸との共有点」は同じこととして考えることができる。2 次関数だけではなく，数学Ⅱで学習する「3 次関数」，「三角関数」などでも使える重要な考え方だ。しっかりとおさえておこう。



\冬のコレだけ！/

例題

解答

余弦定理より，$b^2=(\sqrt{2})^2+(1+\sqrt{3})^2-2\sqrt{2}(1+\sqrt{3})\cos 45^\circ$

$$=2+1+2\sqrt{3}+3-2\sqrt{2}(1+\sqrt{3})\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$=6+2\sqrt{3}-2(1+\sqrt{3})$$

$$=6+2\sqrt{3}-2-2\sqrt{3}$$

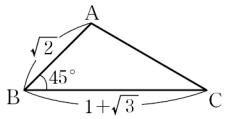
$$=4$$

$b>0$ より，$b=2$ ……(答)

ワークA 解説

△ABC の図をかく

与えられた辺や角をかき入れて，求める辺や角がどれであるかを確認しよう。



ワークB 解説

余弦定理を利用する

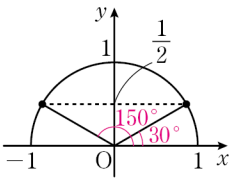
2 辺 c，a とその間の角 B がわかっているので，余弦定理 $b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$ を使って b を求める。

正弦定理より，$\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$

$$\frac{2}{\sin 45^\circ}=\frac{\sqrt{2}}{\sin C}$$

$$2\sin C=\sqrt{2}\sin 45^\circ$$

$$\sin C=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$$



$0^\circ<C<180^\circ$ の範囲でこれを満たす C は，

$C=30^\circ$，150°

ここで，△ABC の内角の和は 180° で，B は 45° だから，C は 135° より小さい。

よって，$C=30^\circ$ ……(答)

ワークC 解説

正弦定理を利用する

2 組の向かい合う辺と角 b，B，c がわかっているので，正弦定理 $\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$ を使って $\sin C$ を求める。

【別解】C を求める別解

余弦定理より，$\cos C=\dfrac{(1+\sqrt{3})^2+2^2-(\sqrt{2})^2}{2(1+\sqrt{3})\cdot 2}$

$$=\frac{1+2\sqrt{3}+3+4-2}{4(1+\sqrt{3})}$$

$$=\frac{2\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{4(1+\sqrt{3})}$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$ を変形した $\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$ に代入する。

$0^\circ<C<180^\circ$ の範囲で求めると，$C=30^\circ$ ……(答)

つまずき解消POINTを振り返ろう！

1 図をかいて求めたい辺や角の位置関係を把握する！

2 与えられている情報から何が求められるか考えてみる！

\できたらOK!/

定着問題

解答 ✓ ●●OK? がクリアできたか，チェックをつけながら答え合わせしよう。

余弦定理より，$a^2=2^2+(\sqrt{3}-1)^2-2\cdot 2(\sqrt{3}-1)\cos 120^\circ$ ✓ 余弦定理OK?

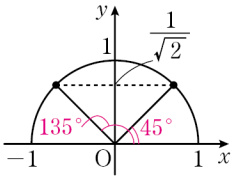
$$=4+3-2\sqrt{3}+1-4(\sqrt{3}-1)\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)$$
$$=8-2\sqrt{3}+2(\sqrt{3}-1)$$
$$=8-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-2$$
$$=6$$

$a>0$ より，$a=\sqrt{6}$ ……(答) ✓ a の値OK?

正弦定理より，$\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$

$$\frac{\sqrt{6}}{\sin 120^\circ}=\frac{2}{\sin B}$$ ✓ 正弦定理OK?

$$\sqrt{6}\sin B=2\sin 120^\circ$$
$$\sin B=\frac{2}{\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$



$0^\circ<B<180^\circ$ の範囲でこれを満たす B は，

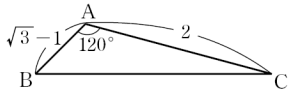
$B=45^\circ,\ 135^\circ$

ここで，△ABC の内角の和は 180° で，A は 120° だから，B は 60° より小さい。

よって，$B=45^\circ$ ……(答) ✓ B の大きさOK?

△ABC の図をかく

与えられた辺や角をかき入れて，求める辺や角がどれであるかを確認しよう。



余弦定理を利用する

2 辺 b，c とその間の角 A がわかっているので，余弦定理 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$ を使って a を求める。

正弦定理を利用する

2 組の向かい合う辺と角 a，A，b がわかっているので，正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}$ を使って $\sin B$ を求める。

$A=120^\circ$，$A+B<180^\circ$ より，$0^\circ<B<60^\circ$ となる B が適する。

【別解】B を求める別解

余弦定理より，$\cos B=\dfrac{(\sqrt{3}-1)^2+(\sqrt{6})^2-2^2}{2(\sqrt{3}-1)\cdot\sqrt{6}}$

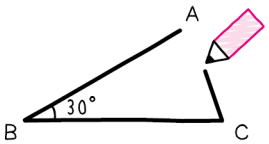
$$=\frac{3-2\sqrt{3}+1+6-4}{2\sqrt{6}(\sqrt{3}-1)}$$
$$=\frac{2\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{2\sqrt{6}(\sqrt{3}-1)}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$b^2=c^2+a^2-2ca\cos B$ を変形した $\cos B=\dfrac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$ に代入する。

$0^\circ<B<180^\circ$ の範囲で求めると，$B=45^\circ$ ……(答)

テスト模試につながる 問題を解くためのコツ

三角形の辺の長さや角の大きさを求める問題では，まずは，与えられた条件に合うような図をかくことが先決だ。
頭の中だけでイメージするより，図をかいた方が視覚的にとらえやすく，解法も浮かびやすい。図はフリーハンドで OK。
必要な図が素早くかけるようになれば，学力 UP にもつながるはずだ。



＼冬のコレだけ！／

例題

解答

1 回の試行で，

赤玉を取り出す確率は，$\frac{1}{3}$

白玉を取り出す確率は，$\frac{2}{3}$

である。

ワーク A 解説

1 回目に起こりうる事象の確率を求める

反復試行であることがわかったら，1 回目に起こりうる事象の 確率を求めておこう。

4 回の試行のうち，赤玉が 1 回以上出て，白玉が 2 回以上出るという場合を調べると，

(i)　赤玉が 1 回，白玉が 3 回出る

(ii)　赤玉が 2 回，白玉が 2 回出る

この 2 つの場合があり，これらは互いに排反である。

ワーク B 解説

起こりうる事象を調べる

4 回の試行での赤玉，白玉の出る回をすべて書き出すと，次のようになる。

- 赤玉 0 回，白玉 4 回
- 赤玉 1 回，白玉 3 回
- 赤玉 2 回，白玉 2 回
- 赤玉 3 回，白玉 1 回
- 赤玉 4 回，白玉 0 回

赤玉が 1 回以上出て，白玉が 2 回以上出る

そこで，(i)，(ii)が起こる確率をそれぞれ求める。

(i)について，

赤玉が 1 回，白玉が 3 回出る確率は，

$$ {}_4C_1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^3 = 4\times\frac{1}{3}\times\frac{8}{27} $$

$$ = \frac{32}{81} $$

赤玉が 1 回，白玉が 3 回出る確率を求める

$$ {}_4C_1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^3 $$

4 回中，赤玉が出る回を 1 つ選ぶ　赤玉が出る確率　白玉が出る確率

(ii)について，

赤玉が 2 回，白玉が 2 回出る確率は，

$$ {}_4C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4\cdot3}{2\cdot1}\times\frac{1}{9}\times\frac{4}{9} $$

$$ = \frac{8}{27} $$

ワーク C，D 解説

赤玉が 2 回，白玉が 2 回出る確率を求める

$$ {}_4C_2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2 $$

4 回中，赤玉が出る回を 2 つ選ぶ　赤玉が出る確率　白玉が出る確率

以上より，求める確率は，

$$ \frac{32}{81}+\frac{8}{27}=\frac{56}{81} \quad \cdots\cdots(答) $$

ワーク E 解説

(i)と(ii)の確率の和を求める

つまずき解消 POINT を振り返ろう！

1 具体的に図や表にして，どんな確率なのか考える！

2 問題の状況をもとに，式を順番に立てていく！

\できたらOK!/

定着問題

解答 ●●OK? がクリアできたか，チェックをつけながら答え合わせしよう。

このクイズに1問答えるとき，

正解となる確率は $\frac{1}{2}$，不正解となる確率は $\frac{1}{2}$

である。

このクイズに6問答えるとき，4問以上正解するのは，

(i) 4問正解である

(ii) 5問正解である

(iii) 6問正解である

の3つの場合があり，これらは互いに排反である。

求める事象OK?

(i) 4問正解である確率は，

$$ {}_6C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^2 = {}_6C_2\left(\frac{1}{2}\right)^6 $$

$$ = \frac{6\cdot5}{2\cdot1}\times\frac{1}{2^6} = \frac{15}{2^6} $$

(ii) 5問正解である確率は，

$$ {}_6C_5\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^1 = {}_6C_1\left(\frac{1}{2}\right)^6 $$

$$ = 6\times\frac{1}{2^6} = \frac{6}{2^6} $$

(iii) 6問正解である確率は，

$$ {}_6C_6\left(\frac{1}{2}\right)^6 = 1\times\frac{1}{2^6} = \frac{1}{2^6} $$

(i)〜(iii)より，求める確率は，

$$ \frac{15}{2^6}+\frac{6}{2^6}+\frac{1}{2^6} = \frac{22}{64} = \frac{11}{32} \quad \cdots\cdots(答) $$

確率OK?

まずは1回目に起こりうる事象の確率を求めておく。この問題では，正解する確率，不正解となる確率を求めておく必要がある。

起こりうる事象を調べる

「4問以上正解する」という場合，何問正解となるかを具体的に書き出そう。

4問正解である確率を求める

$$ {}_6C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^2 $$

6問中正解となる回を4つ選ぶ　正解となる確率　不正解となる確率

5問正解である確率を求める

$$ {}_6C_5\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^1 $$

6問中正解となる回を5つ選ぶ　正解となる確率　不正解となる確率

6問正解である確率を求める

$$ {}_6C_6\left(\frac{1}{2}\right)^6 $$

6問中正解となる回を6つ選ぶ　正解となる確率

(i)〜(iii)のいずれも分母は 2^6 でそろえておくと後の計算がラクだ。

(i)〜(iii)の確率の和を求める

テスト模試につながる 問題を解くためのコツ

確率の問題を解くとき，ノートや答案に式や答えだけを書いてしまうことはないかな？
いま何を求めようとしているのか，また，この計算式はなぜ成り立つのか，などの情報も書き残しておくと，あとで見返したときに確認がしやすいし，考え方の誤りを防ぐことにもつながる。模試やテストなどでは記述式の問題が多いから，計算式だけでは満点がもらえないこともあるよ。そのための練習として，日頃からしっかりとした答案を作成することを心がけていこう。