



※数学受講者全員に、4月号でお届け。※進度によっては、9月号でもお届けする場合があります。※「高1講座」ご受講の際にお届け済みの場合、お届けがない場合もあります。

授業や宿題のわからない問題を解くために必要な、目のつけどころから解き方の手順までわかる。

※進度に合わせてお届けします。

解き方 標準 13 直線に関して対称な点

問題 直線 $y = -3x + 4$ を l とする。 l に関して、点 $A(2, 8)$ と対称な点 B の座標を求めよ。

解き方 のポイント

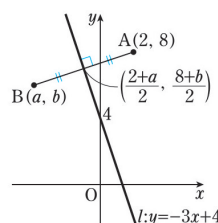
「直線 l に関して点 A, B が対称である」とは、直線 l が線分 AB の垂直二等分線ということ。ここから、条件を読みとる。



解答 点 B の座標を (a, b) とする。STEP 1

直線 l に関して点 A, B が対称であるための条件は、次の2つを同時に満たすことである。

- (i) 直線 AB が直線 l に垂直である。
- (ii) 線分 AB の中点が直線 l 上にある。



STEP 1 点 B の座標を文字でおく。

(i) 直線 AB の傾きは、STEP 2

であり、直線 l の傾きは -3 だから、求める条件は、

$$\frac{b-8}{a-2} \cdot (-3) = -1$$
$$-3(b-8) = -(a-2)$$

よって、 $a-3b = -22$ ……①

(ii) 線分 AB の中点の座標は、STEP 3

$$\left(\frac{2+a}{2}, \frac{8+b}{2}\right)$$

であり、これが直線 l 上にあるので、

$$\frac{8+b}{2} = -3 \cdot \frac{2+a}{2} + 4$$
$$8+b = -3(2+a) + 8$$

よって、 $3a+b = -6$ ……②

①, ②の連立方程式を解いて、STEP 4

$$a = -4, b = 6$$

ゆえに、求める点 B の座標は、

$$(-4, 6) \text{ ……(答)}$$

STEP 2 $AB \perp l$ より、 a, b の式をつくる。

直線 AB の傾きを a, b で表し、垂直 $\Leftrightarrow$ (傾きの積) $= -1$ より、 a, b についての等式をつくる。

STEP 3 線分 AB の中点が l 上にあることより、 a, b の式をつくる。

線分 AB の中点の座標を a, b で表し、これを直線 l の方程式に代入して、 a, b についての等式をつくる。

STEP 4 a, b の値を求める。

STEP2, STEP3の等式を a, b についての連立方程式とみて解く。

解き方 標準 14 2直線の共有点と連立方程式の解

問題 (1) 次の2直線の交点の座標を求めよ。
 $3x + y - 4 = 0, 2x - 5y + 3 = 0$
(2) 次の連立方程式①, ②が、ただ1組の解をもつための条件、解をもたないための条件、無数の解をもつための条件を、それぞれ求めよ。
 $3x - y + 5 = 0$ ……①, $ax + 2y + b = 0$ ……②

解き方 のポイント

- (1) 連立方程式を解けば、その解の組 (x, y) が交点の座標となる。
- (2) 連立方程式の解についての条件を、連立方程式の表す2直線が、1点で交わる、平行である、一致する、という条件に読み換えて考える。

解答 (1) $\begin{cases} 3x + y - 4 = 0 \\ 2x - 5y + 3 = 0 \end{cases}$
この連立方程式を解いて、 $x = 1, y = 1$ (A)
よって、交点の座標は、 $(1, 1)$ ……(答)

(2) ①より、 $y = 3x + 5$ 、②より、 $y = -\frac{a}{2}x - \frac{b}{2}$

連立方程式①, ②がただ1組の解をもつための条件は、直線①, ②が平行でないことだから、(B)

$$3 \neq -\frac{a}{2} \text{ より、} a \neq -6 \text{ ……(答)}$$

連立方程式①, ②が解をもたないための条件は、直線①, ②が平行で一致しないことだから、(B)

$$3 = -\frac{a}{2}, 5 \neq -\frac{b}{2}$$

よって、 $a = -6, b \neq -10$ ……(答)

連立方程式①, ②が無数の解をもつための条件は、直線①, ②が一致することだから、(B)

$$3 = -\frac{a}{2}, 5 = -\frac{b}{2}$$

よって、 $a = -6, b = -10$ ……(答)

(A) 連立方程式を解く。

2直線の共有点の座標は、2直線の方程式を連立して解いたときの解の組 (x, y) である。

(B) 直線の平行、一致の条件に読み換えて考える。

連立方程式の解の個数の条件は、それぞれの方程式の表す2つの直線の位置関係として考える。

確認

連立方程式の解と直線の位置関係

- (i) 連立方程式の解が1組だけある $\Rightarrow$ 2直線が1点で交わる
- (ii) 連立方程式の解がない $\Rightarrow$ 2直線の共有点がない $\Rightarrow$ 2直線が平行で異なる
- (iii) 連立方程式の解が無数にある $\Rightarrow$ 2直線の共有点が無数にある $\Rightarrow$ 2直線が一致する

