

ありがちなNG例や、得点UPできるコツがつかめるから、正誤に関わらずさらに高得点がねらえる!

解答解説



定期テスト予想問題集

定期テスト予想問題集 数と式①

解答解説

解答

1 (1)  $A - 3(B - A)$   
 $= A - 3B + 3A$   
 $= 4A - 3B$

代入する前に、式を整理し、簡単にする。

$= 4(x^2 - 2x + 5) - 3(-3x^2 + x - 1)$   
 $= 4x^2 - 8x + 20 + 9x^2 - 3x + 3$   
 $= 13x^2 - 11x + 23$  ……(答)

同類項をまとめる。

2 ①  $(-2ab^3)^2 \times (3a^2b)^2$   
 $= (-2)^2 a^4 (b^3)^2 \times 3^2 (a^2)^2 b^4$   
 $= 8a^4 b^6 \times 9a^4 b^4$   
 $= (-8 \times 9) a^{4+4} b^{6+4}$   
 $= -72a^8 b^{10}$  ……(答)

②  $(a + 2b)(3a - b + 1)$   
 $= a(3a - b + 1) + 2b(3a - b + 1)$   
 $= 3a^2 - ab + a + 6ab - 2b^2 + 2b$   
 $= 3a^2 + 5ab - 2b^2 + a + 2b$  ……(答)

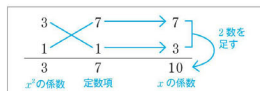
2 (1)  $(4x - 3y)^2$   
 $= (4x)^2 - 2 \cdot 4x \cdot 3y + (3y)^2$   
 $= 16x^2 - 24xy + 9y^2$  ……(答)

(2)  $(5x + 2y)(5x - 2y)$   
 $= (5x)^2 - (2y)^2$   
 $= 25x^2 - 4y^2$  ……(答)

(3)  $(2x + 5)(3x - 7)$   
 $= 2 \cdot 3x^2 + 2 \cdot (-7) + 5 \cdot 3x + 5 \cdot (-7)$   
 $= 6x^2 + 3x - 35$  ……(答)

3 (1)  $81a^2 - 25b^2$   
 $= (9a)^2 - (5b)^2$   
 $= (9a + 5b)(9a - 5b)$  ……(答)

(2)  $3x^2 + 10x + 7$   
 $= (3x + 7)(x + 1)$  ……(答)



(3)  $9x^2 - 12xy + 4y^2$   
 $= (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 2y + (2y)^2$   
 $= (3x - 2y)^2$  ……(答)

4 (1)  $b - 2 = M$  とおくと  
 $a(b - 2) - (b - 2)$   
 $= aM - M$   
 $= (a - 1)M$   
 $= (a - 1)(b - 2)$  ……(答)

(2)  $x$  について 2 次式、 $a$  について 1 次式であるから、次数の低い  $a$  について整理する。  
 $x^2 + 3ax - 6a - 4$   
 $= (3x - 6)a + x^2 - 4$   
 $= 3(x - 2)a + (x^2 - 4)$   
 $= (x - 2)\{3a + (x + 2)\}$   
 $= (x - 2)(3a + x + 2)$  ……(答)

5 次の式を展開せよ。

(1)  $(a + b + 2c)^2$   
(3)  $(x + 1)(x + 2)(x - 3)(x - 4)$

(2)  $(x^2 + 4y^2)(x - 2y)(x + 2y)$

解答

(1)  $a + b = M$  とおくと、  
 $(a + b + 2c)^2 = (M + 2c)^2$   
 $= M^2 + 4Mc + 4c^2$   
 $= (a + b)^2 + 4(a + b)c + 4c^2$   
 $= a^2 + 2ab + b^2 + 4ac + 4bc + 4c^2$   
 $= a^2 + b^2 + 4c^2 + 2ab + 4bc + 4ca$  ……(答)

(2)  $(x^2 + 4y^2)(x - 2y)(x + 2y)$   
 $= (x^2 + 4y^2)(x^2 - 4y^2)$   
 $= (x^2)^2 - (4y^2)^2$   
 $= x^4 - 16y^4$  ……(答)

(3)  $(x + 1)(x + 2)(x - 3)(x - 4)$   
 $= \{(x + 1)(x - 3)\}\{(x + 2)(x - 4)\}$   
 $= (x^2 - 2x - 3)(x^2 - 2x - 8)$   
 $x^2 - 2x = t$  とおくと、  
 $(t - 3)(t - 8)$   
 $= t^2 - 11t + 24$   
 $= (x^2 - 2x)^2 - 11(x^2 - 2x) + 24$   
 $= x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 11x^2 + 22x + 24$   
 $= x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 22x + 24$  ……(答)

解説

展開の公式が直接には使えない問題だが、(1)では、 $a + b = M$  と、2つの文字の和を1つの文字に置き換えて、(2)では計算する順序を工夫して、公式が使える形にした。(3)はこの2つの方法の組み合わせであり、掛ける順序を工夫することで共通部分  $x^2 - 2x$  をつくり、それを  $t$  に置き換えているね。このような問題では、どのような工夫をすれば公式が使える形になるかの見通しを立てて変形を進めることが大切だ。

解き方のまとめ

複雑な式を展開する方法

次の方法で、公式が使える形に変形する。

- ① 置き換えをする・・・カタマリ(共通部分など)を、1つの文字に置き換える。
- ② 計算する順序を工夫する・・・展開の公式が使える形になるように、共通部分ができるように、計算する順序を工夫する。

慣れていたなら、置き換えをせずに  $a + b$  のままで展開してもよい。

これはNG!

$M$  は問題で与えられた文字ではないので、 $M^2 + 4Mc + 4c^2$  を答えとしては NG! 置き換えた文字は、必ず元に戻そう。

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$  の公式を使い、展開してもよい。

視座則のコツ

前から順に展開しても解けるが、計算が複雑だ。公式が使える形になるように、共通部分ができるように、計算する順序を工夫しよう。

$x + 1$  と  $x - 3$ 、 $x + 2$  と  $x - 4$  を組み合わせて展開すると、 $(x^2 - 2x - 3)(x^2 - 2x - 8)$  と、 $x^2 - 2x$  が共通になる。これを  $t$  とおけば、公式  $(t + a)(t + b) = t^2 + (a + b)t + ab$  が使える形になる。

解答

6 ① 次の式を因数分解せよ。  
(1)  $(x - y)^2 - 5x + 5y + 6$   
(2)  $x^2 - 3xy + 5x - 2y^2 + 5y - 3$

解答  
(1)  $(x - y)^2 - 5x + 5y + 6$   
 $= (x - y)^2 - 5(x - y) + 6$   
 $x - y = X$  とおくと、  
 $(x - y)^2 - 5(x - y) + 6$   
 $= X^2 - 5X + 6$   
 $= (X - 2)(X - 3)$   
 $= (x - y - 2)(x - y - 3)$  ……(答)

【ポイント】  
 $(x - y)$  を展開して因数分解できるが、計算が煩雑になる。ここで  $X = x - y$  とおくと、計算が楽になる。

【ポイント】  
 $x - y$  を展開して元の文字ではないので、 $(x - y - 2)(x - y - 3)$  を答えとしてはいけない。置き換えた文字は必ず元に戻そう。

(2)  $x^2 - 3xy + 5x - 2y^2 + 5y - 3$   
 $= (x^2 - 2x^2)x - y^2 + 5x^2$   
 $= (x^2 - 2^2)x - y^2 + 5x^2$   
 $= (x - y)(x^2 - y^2)$   
 $= (x - y)(x + y)(x - y)$  ……(答)

【ポイント】  
 $x^2 - 3xy + 5x - 2y^2 + 5y - 3$  のような式の場合は、 $x$  と  $y$  を  $x^2$  と  $y^2$  のように置き換えてみる。

(3)  $2x^2 - 3xy + 5x - 2y^2 + 5y - 3$   
 $= 2x^2 + (-3y + 5)x - (2y^2 - 5y + 3)$   
 $= 2x^2 + (-3y + 5)x - (y - 1)(2y - 3)$   
 $= (x - 2y + 3)(2x + y - 1)$   
 $= (x - 2y + 3)(2x + y - 1)$  ……(答)

【ポイント】  
 $x$  と  $y$  の係数を  $x$  と  $y$  の文字で表わす。このとき、 $x$  と  $y$  の係数を  $x$  と  $y$  の文字で表わす。このとき、 $x$  と  $y$  の係数を  $x$  と  $y$  の文字で表わす。

①  $x^2 - 3xy + 5x - 2y^2 + 5y - 3$   
 $= 2x^2 + (-3y + 5)x - (2y^2 - 5y + 3)$   
 $= 2x^2 + (-3y + 5)x - (y - 1)(2y - 3)$   
 $= (x - 2y + 3)(2x + y - 1)$   
 $= (x - 2y + 3)(2x + y - 1)$  ……(答)

【ポイント】  
 $x$  と  $y$  の係数を  $x$  と  $y$  の文字で表わす。このとき、 $x$  と  $y$  の係数を  $x$  と  $y$  の文字で表わす。

②  $x^2 - 3xy + 5x - 2y^2 + 5y - 3$   
 $= 2x^2 + (-3y + 5)x - (2y^2 - 5y + 3)$   
 $= 2x^2 + (-3y + 5)x - (y - 1)(2y - 3)$   
 $= (x - 2y + 3)(2x + y - 1)$   
 $= (x - 2y + 3)(2x + y - 1)$  ……(答)

【ポイント】  
 $x$  と  $y$  の係数を  $x$  と  $y$  の文字で表わす。このとき、 $x$  と  $y$  の係数を  $x$  と  $y$  の文字で表わす。

解き方のまとめ

複雑な式を因数分解する方法【その1】

- ① 置き換えをする・・・共通部分がない場合にも、式を変形して共通部分をつくることのできる場合がある。
- ② 1つの文字について整理する・・・次数の低い文字について整理する。同じ次数の場合は、どの文字について整理してもよい。

7 次の式を因数分解せよ。

(1)  $x^2 - 14x + 25$  (2)  $(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) - 12$

解答

(1)  $x^2 - 14x + 25$   
 $= (x^2 + 25) - 14x$   
 $= (x^2 - 9^2 + 10x^2) - 14x$   
 $= (x^2 - 9^2) + 10x^2 - 14x$   
 $= (x^2 - 9^2) - 4x$   
 $= (x^2 - 9^2) - (2x)^2$   
 $= (x^2 - 9^2 + 2x)(x^2 - 9^2 - 2x)$   
 $= (x^2 + 2x - 9)(x^2 - 2x - 9)$  ……(答)

【ポイント】  
 $x^2 - 14x + 25$  の形は、 $(x - 7)^2 - 24$  の形に直す。

(2)  $(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) - 12$   
 $= \{(x - 1)(x - 4)\}\{(x - 2)(x - 3)\} - 12$   
 $= (x^2 - 5x + 4)(x^2 - 5x + 6) - 12$   
ここで、 $x^2 - 5x = A$  とおくと、  
(与式)  $= (A + 4)(A + 6) - 12$   
 $= A^2 + 10A + 8$   
 $= (A + 2)(A + 4)$   
 $= (x^2 - 5x + 2)(x^2 - 5x + 4)$   
 $= (x - 3)(x - 4)(x^2 - 5x + 4)$  ……(答)

【ポイント】  
 $(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) - 12$  のような式の場合は、 $x$  と  $y$  を  $x^2$  と  $y^2$  のように置き換えてみる。

解き方のまとめ

複雑な式を因数分解する方法【その2】

- ①  $x^2$  の項、 $y^2$  の項、定数項) でのできる4次式(複2次式という)の因数分解では、次の2通りの考え方があり、(1)  $x^2 - M$  と置き換えて2次式の因数分解を利用 (2)  $(x - a)(x - b)$  の形をつくる
- この問題では、 $x^2 - M$  と置き換えても、 $M^2 - 14M + 25$  とならずに因数分解できない。このようなときには、(1)の方法の  $(x - a)(x - b)$  の形をつくることを考える。この問題では、まず  $x^2 - 5x$  の部分を  $A$  の形で置き換える。この置き換えることで、 $(A + 4)(A + 6) - 12$  の形に直すことができる。置き換えることで、 $(A + 2)(A + 4)$  の形に直すことができる。置き換えることで、 $(A + 2)(A + 4)$  の形に直すことができる。

この問題では、 $(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) - 12$  のような式の場合は、 $x$  と  $y$  を  $x^2$  と  $y^2$  のように置き換えてみる。このとき、 $x$  と  $y$  の係数を  $x$  と  $y$  の文字で表わす。このとき、 $x$  と  $y$  の係数を  $x$  と  $y$  の文字で表わす。

解き方のまとめ

複雑な式を因数分解する方法【その2】

- ①  $x^2$  の項、 $y^2$  の項、定数項) でのできる4次式(複2次式という)の因数分解する方法
- ②  $x^2 - M$  と置き換える (3)  $(x - a)(x - b)$  の形をつくる
- ③ 共通なカタマリができるように式変形していく。