

## 授業や宿題のわからない問題を解くために必要な、目のつけどころから解き方の手順までわかる。

※進度に合わせてお届けします。



※数学受講者全員に、4月号でお届け。※進度によっては、9月号でもお届けする場合があります。※「高1講座」ご受講の際にお届け済みの場合、お届けがない場合もあります。

解き方  
標準  
13

## 直線に関して対称な点

## 問題

直線  $y = -3x + 4$  を  $l$  とする。 $l$  に関して、点 A(2, 8) と対称な点 B の座標を求めよ。

## 解き方のポイント

「直線  $l$  に関して点 A, B が対称である」とは、直線  $l$  が線分 AB の垂直二等分線ということ。これから、条件を読みとる。

解答 点 B の座標を  $(a, b)$  とする。STEP 1

直線  $l$  に関して点 A, B が対称であるための条件は、次の 2 つを同時に満たすことである。

- (i) 直線 AB が直線  $l$  に垂直である。
- (ii) 線分 AB の中点が直線  $l$  上にある。

(i) 直線 AB の傾きは、STEP 2

$$\frac{b-8}{a-2}$$

であり、直線  $l$  の傾きは  $-3$  だから、

求める条件は、

$$\frac{b-8}{a-2} \cdot (-3) = -1$$

$$-3(b-8) = -(a-2)$$

よって、 $a-3b = -22$  ……①

(ii) 線分 AB の中点の座標は、STEP 3

$$\left(\frac{2+a}{2}, \frac{8+b}{2}\right)$$

であり、これが直線  $l$  上にあるので、

$$\frac{8+b}{2} = -3 \cdot \frac{2+a}{2} + 4$$

$$8+b = -3(2+a)+8$$

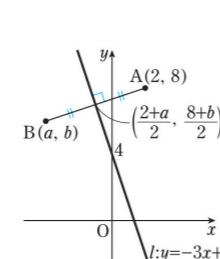
よって、 $3a+b = -6$  ……②

①, ②の連立方程式を解いて、STEP 4

$$a = -4, b = 6$$

ゆえに、求める点 B の座標は、

$$(-4, 6) \quad \dots\text{(答)}$$



STEP 1 点 B の座標を文字でおく。

STEP 2 AB ⊥ l より、a, b の式をつくる。

直線 AB の傾きを  $a, b$  で表し、  
 垂直  $\iff$  (傾きの積)  $= -1$   
 より、 $a, b$  についての等式をつくる。

STEP 3 線分 AB の中点が  $l$  上にあることより、 $a, b$  の式をつくる。

線分 AB の中点の座標を  $a, b$  で表し、これを直線  $l$  の方程式に代入して、 $a, b$  についての等式をつくる。

STEP 4  $a, b$  の値を求める。

STEP2, STEP3 の等式を  $a, b$  についての連立方程式とみて解く。

解き方  
標準  
14

## 2直線の共有点と連立方程式の解

## 問題

(1) 次の 2 直線の交点の座標を求めよ。

$$3x + y - 4 = 0, 2x - 5y + 3 = 0$$

(2) 次の連立方程式①, ②が、ただ 1 組の解をもつための条件、解をもたないための条件、無数の解をもつための条件を、それぞれ求めよ。

$$3x - y + 5 = 0 \quad \dots\text{①}, ax + 2y + b = 0 \quad \dots\text{②}$$

## 解き方のポイント

(1) 連立方程式を解けば、その解の組  $(x, y)$  が交点の座標となる。

(2) 連立方程式の解についての条件を、連立方程式の表す 2 直線が、1 点で交わる、平行である、一致する、という条件に読み換えて考える。

解答 (1)  $\begin{cases} 3x + y - 4 = 0 \\ 2x - 5y + 3 = 0 \end{cases}$ この連立方程式を解いて、 $x = 1, y = 1$  Aよって、交点の座標は、 $(1, 1)$  ……(答)(2) ①より、 $y = 3x + 5$ , ②より、 $y = -\frac{a}{2}x - \frac{b}{2}$ 

連立方程式①, ②がただ 1 組の解をもつための条件は、直線①, ②が平行でないことだから、B

 $3 \neq -\frac{a}{2}$  より、 $a \neq -6$  ……(答)

連立方程式①, ②が解をもたないための条件は、直線①, ②が平行で一致しないことだから、B

$$3 = -\frac{a}{2}, 5 \neq -\frac{b}{2}$$

よって、 $a = -6, b \neq -10$  ……(答)

連立方程式①, ②が無数の解をもつための条件は、直線①, ②が一致することだから、B

$$3 = -\frac{a}{2}, 5 = -\frac{b}{2}$$

よって、 $a = -6, b = -10$  ……(答)

A 連立方程式を解く。

2 直線の共有点の座標は、2 直線の方程式を連立して解いたときの解の組  $(x, y)$  である。

B 直線の平行、一致の条件に読み換えて考える。

連立方程式の解の個数の条件は、それぞれの方程式の表す 2 つの直線の位置関係として考える。

## 確認

## 連立方程式の解と直線の位置関係

- (i) 連立方程式の解が1組だけある  
 $\Rightarrow$  2 直線が1点で交わる
- (ii) 連立方程式の解がない  
 $\Rightarrow$  2 直線の共有点がない  
 $\Rightarrow$  2 直線が平行で異なる
- (iii) 連立方程式の解が無数にある  
 $\Rightarrow$  2 直線の共有点が無数にある  
 $\Rightarrow$  2 直線が一致する

